

基于改进的变分水平集和区域生长的图像分割方法的研究

姜慧研,冯锐杰

(东北大学软件学院,辽宁沈阳 110819)

摘要: 针对水平集和区域生长方法都存在对噪声和初始边界敏感以及容易从弱边缘处泄露等不稳定的问题,提出了结合待分割目标灰度统计信息和图像梯度信息的水平集演化函数对水平集方法进行改进,并利用区域生长方法解决水平集方法对初始边界敏感的问题.分别用传统区域生长方法、阈值方法、GAC模型、C-V模型、Snake模型以及本文方法进行从腹部CT图像分割肝脏区域的实验比较,实验结果表明:本文方法不仅可以减少图像分割的时间,而且显著地提高了分割质量.

关键词: 图像分割;水平集;区域生长;计算机辅助诊断;肝脏

中图分类号: TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2012)08-1659-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2012.08.026

Image Segmentation Method Research Based on Improved Variational Level Set and Region Growth

JIANG Hui-yan, FENG Rui-jie

(Software College, Northeastern University, Shenyang, Liaoning 110819, China)

Abstract: To address the instability problems of level set and region growth, for example, they are sensitive to noises and initial boundaries as well as they will easily leak from the weak boundaries, an improved image segmentation method based on level set is proposed. Our model consists of an external energy term that involves the image gray-scale statistical information and gradient information. And we use region growth method to solve the problem that level set method is sensitive to initial boundaries. We contrast our improved method with region growth method, threshold method, GAC model, C-V model, Snake model to segment livers from abdominal CT images. The experiment results show that our method can not only be efficient for image segmentation, but also greatly improve the quality of segmentation.

Key words: image segmentation; level set; region growth; computer-aided diagnosis; liver

1 引言

随着影像学和计算机辅助诊断(CAD)的快速发展,对图像中感兴趣区域的分割是图像分析与理解的关键所在,具有重要的研究意义^[1].肝脏分割是肝癌特征提取与识别的前提,但是,由于人体腹腔内脏器组织较多,肝脏与周围脏器缺乏良好的灰度对比和清晰的边界,给肝脏分割带来较大的困难.

近年来,基于曲线演化模型和偏微分方程等分割方法成为图像处理领域的热点.20世纪80年代末,Osher和Shian提出了基于几何形变模型的水平集方法^[2].随后,一些研究者对水平集方法进行了改进^[3~5].由于医学图像在软组织的显示上存在灰度差别小和界线模糊等特点,而基于几何形变模型的水平集方法能够综合利用区域和边界的信息,所以水平集方法较适合医学图像

的分割处理.但是水平集方法计算量大,特别是对结构复杂的医学图像,分割效率低.而且传统的基于梯度信息的水平集方法仅利用了活动轮廓所在位置或其周围的图像局部信息,容易导致轮廓线越过边缘或演化不到正确的边界.而基于梯度信息的水平集方法对初始边界敏感,分割受到初始边界的制约.

在肝脏分割方面,文[6]提出了一种将肝脏的先验形状信息和改进的Chan-Vese模型相结合的水平集新方法,在一定程度上解决了边缘泄露和过分割问题.文[7]利用活动形状模型方法进行肝脏的三维分割,由于分割结果依赖于模型的完备性和样本数量,分割效果不稳定.这些算法复杂度较高,难以准确、快速地进行肝脏分割.

针对上述情况,本文提出了结合待分割目标灰度统计信息和图像梯度信息的变分水平集演化函数,为了解

决了水平集方法初始边界敏感的问题,提出了利用区域生长方法获得初始边界后再利用改进的变分水平集方法分割目标区域的新方法.

2 GAC模型的变分水平集方法

水平集方法的基本思想是将闭合曲线 C 作为零水平集 ϕ_0 嵌入到高一维空间的水平集函数 ϕ 中,按照一定关系不断更新水平集函数来演化隐含在其中的闭合曲线,通过检测演化过程中 ϕ 的零水平集能得到曲线的演化结果^[8~10].

文[11]提出了变分的水平集方法.该方法利用水平集函数表示其内部和外部能量,然后利用变分法极小化能量泛函得到水平集演化的偏微分方程.通过在GAC模型^[12]的变分水平集中加入内部约束项^[13]解决水平集重新初始化问题,其水平集演化偏微分方程如下:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \mu \operatorname{div} \left[\left(1 - \frac{1}{|\nabla \phi|} \right) \nabla \phi \right] + \lambda \delta_\epsilon \operatorname{div} \left(g(I) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + \nu \delta_\epsilon g(I) \quad (1)$$

$$\delta_\epsilon(\phi) = \begin{cases} 0, & |\phi| > \epsilon \\ \frac{1}{2\epsilon} \left[1 + \cos\left(\frac{\pi\phi}{\epsilon}\right) \right], & |\phi| \leq \epsilon \end{cases} \quad (2)$$

$$g(I) = \frac{1}{1 + \left| \nabla [G_\sigma * I] \right|^2} \quad (3)$$

其中, ∇ 为梯度算子, $\operatorname{div}(\cdot)$ 为向量的散度, c 为常数, ϕ 为水平集函数, ϵ 为趋近于 0 的常数,用来控制 $\delta_\epsilon(\cdot)$ 的有效宽度. $\delta_\epsilon(\cdot)$ 为正则化的狄拉克函数, $g(I)$ 为边缘检测函数,该函数在边缘处取得最小值, G_σ 是标准偏差为 σ 的二维高斯滤波算子, I 为原图像, $*$ 表示卷积.

式(1)的第一项为内部约束项,表示一个非线性传热过程^[14],其传导率为 $\alpha = 1 - \frac{1}{|\nabla \phi|}$. 当 $|\nabla \phi| > 1$ 时, $\alpha > 0$,“热量”正向传输,使 $|\nabla \phi|$ 减小;反之, $\alpha < 0$,“热量”反向传输,使 $|\nabla \phi|$ 增大.因此任何偏离 $|\nabla \phi| = 1$ 的部分将在后续的演化中被纠正过来,使得水平集函数在演化过程中始终保持为有向距离函数, μ 为正的常数.

3 基于统计信息改进的变分水平集方法

3.1 改进的变分水平集方法

传统水平集方法仅利用了活动轮廓所在位置及其周围的局部梯度信息,在图像弱边缘处容易出现边缘泄漏或分割不足等问题.因此,本文通过在能量泛函中引入待分割目标的统计信息来对GAC模型的变分水平集方法进行改进,解决弱边界处图像的分割问题.

为了解决水平集函数在演化过程中的重新初始化

和对边界敏感的问题,本文在能量泛函中的内部能量中引入内部约束,在外部能量中引入了待分割目标的统计信息,水平集曲线的能量泛函定义如下:

$$E(\phi) = \mu \int_{\Omega} \frac{1}{2} (|\nabla \phi| - 1)^2 dx dy + \lambda L_g(\phi) + \nu Z(I) \quad (4)$$

其中,第一项为内部约束能量,用来控制水平集函数与有向距离函数的偏离, $\mu > 0$;第二项和第三项为外部能量,用来推动零水平集曲线向目标边界演化;第二项为基于图像梯度信息的驱动项, $\lambda > 0$;第三项为基于目标区域统计信息的驱动项, ν 为正的常数. Ω 表示图像区域.

在这里, $Z(I)$ 的定义如下:

$$Z(I) = \int_{\Omega} z(I) H(-\phi) dx dy \quad (5)$$

$z(I)$ 的计算公式如下:

$$z(I) = \begin{cases} 1 - \frac{|I - \mu_0|}{2\sigma_0}, & I \in [\mu_0 - 2\sigma_0, \mu_0 + 2\sigma_0] \\ -\frac{|I - 128|}{128}, & \text{其它} \end{cases} \quad (6)$$

其中, μ_0 和 σ_0 分别为目标区域的灰度平均值和标准差, I 为原图像.

当 $I \in [\mu_0 - 2\sigma_0, \mu_0 + 2\sigma_0]$ 时, $z(I)$ 取正号,否则取负号.这使得零水平集在两个具有不同统计信息的区域间的弱边界处能自动停止运动达到准确分割的目的,同时加速推进水平集在目标区域内的演化.

图像梯度信息驱动力项 $L_g(\phi)$ 的计算公式如下:

$$L_g(\phi) = \int_{\Omega} g(I) \delta(\phi)_\epsilon |\nabla \phi| dx dy \quad (7)$$

其中, I 是原图像, $g(I)$ 在图像梯度较大的地方趋近于 0,而在梯度较小的地方趋近于 1,因此零水平集曲线将向 $g(I) \rightarrow 0$ 的位置演化,达到识别图像中物体的边界的目的.

将式(4)对 ϕ 求导可得:

$$\frac{\partial E}{\partial \phi} = -\mu \operatorname{div} \left[\left(1 - \frac{1}{|\nabla \phi|} \right) \nabla \phi \right] - \lambda \delta_\epsilon(\phi) \operatorname{div} \left[g(I) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right] - \nu z(I) \delta_\epsilon(\phi) \quad (8)$$

利用变分法,水平集函数的演化方程为:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{\partial E}{\partial \phi} = \mu \operatorname{div} \left[\left(1 - \frac{1}{|\nabla \phi|} \right) \nabla \phi \right] + \lambda \delta_\epsilon(\phi) \operatorname{div} \left(g(I) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + \nu z(I) \delta_\epsilon(\phi) \quad (9)$$

采用有限差分法对式(9)进行网格离散化,引入时间步长 τ ,可得离散化的水平集演化方程:

$$\frac{\phi_{k+1}(i, j) - \phi_k(i, j)}{\tau} = L(\phi_k(i, j)) \quad (10)$$

其中, $L(\phi_k(i, j))$ 是式(10)右边表达式的离散化求解形式,第 $k+1$ 步的水平集函数的迭代公式和初始化水平

集函数公式为:

$$\phi_{k+1}(i, j) = \phi_k(i, j) + \tau L(\phi_k(i, j)) \quad (11)$$

$$\phi_0(x, y) = \begin{cases} -\beta, & (x, y) \in I_0 - \partial I_0 \\ 0, & (x, y) \in \partial I_0 \\ \beta, & I - I_0 \end{cases} \quad (12)$$

其中, β 为正的常数, I 为原图像, I_0 为感兴趣区域, ∂I_0 为 I_0 的边界。

该方法通过将图像的全局统计信息引入能量泛函解决演化曲线在弱边缘处的泄露问题,但仍然存在计算成本较高的问题。

3.2 结合变分水平集和区域生长法的分割

为了解决计算成本较高的问题,提出了将区域生长法和改进的水平集方法相结合进行图像分割的新方法.首先利用区域生长法得到目标区域的粗分割边界,解决水平集方法对初始边界敏感和分割效率低的问题;然后将该边界作为初始零水平集曲线,根据改进的变分水平集方法进行水平集演化,得到目标区域的精确边界。

区域生长法的基本思想是将具有相似性质的像素集合起来构成一个区域,是一种以种子为参考点,向其邻近像素拓展的串行区域分割方法.该算法通过人机交互获得种子点.由于灰度直方图中每一个波峰对应图像中具有相似灰度的一类目标,因此本文利用图像的灰度直方图以及目标区域在图像中所处位置的先验知识进行种子点自动选取.而且本文利用目标区域的统计信息确定生长准则.由于区域生长可能导致过分割,因此利用目标区域的统计信息对生长进行约束,以保证待分割像素灰度值与种子点在同一分割阈值区间。

基于改进的变分水平集和区域生长法相结合图像分割算法如下:

- ①选取初始种子点和迭代次数 N ;
- ②以种子点为参考点,基于区域生长法进行目标区域的粗分割;
- ③利用粗分割结果,根据式(12)初始化水平集函数;
- ④根据式(5)计算统计信息驱动项;
- ⑤根据式(9)计算改进的水平集演化函数,并根据式(11)进行水平集迭代;
- ⑥如果水平集演化迭代到 N 时停止,输出分割结果;否则返回到步骤⑤。

4 实验结果与分析

4.1 实验数据

实验数据来自国内某大型医院的 64 排 CT 机采集

的层间距为 0.9mm、空间解像度为 512×512 的 84 个腹部 CT 图像.针对这 84 个图像,首先通过医生手动分割提取肝脏区域,然后对肝脏灰度信息进行统计分析,计算得到肝脏的平均灰度 $\mu_0 = 164$ 、标准差 $\sigma_0 = 16$ 。

4.2 基于改进的变分水平集的分割实验

利用本文提出的基于统计信息改进的变分水平集方法从腹部 CT 图像中分割肝脏区域.通过反复实验,定义公式(9)的实验参数为: $\varepsilon = 1.5$ 、 $\mu = 2$ 、 $\lambda = 2$ 、 $\nu = 3$ 、时间步长为 0.1、水平集演化最大迭代次数 $n = 700$. 设以点(139,96)为圆心、15 为半径的圆形曲线包含的外部区域和内部区域分别为 Ω^+ 、 Ω^- . 首先根据式(12)计算初始零水平集,然后根据式(5)计算统计信息驱动项,其次根据式(9)计算改进的水平集演化函数,最后根据式(11)进行水平集迭代,直到迭代次数为 700. 分割结果如图 1 所示。

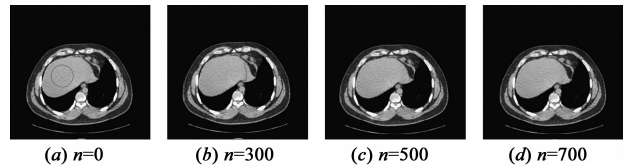


图1 基于统计信息改进的变分水平集方法的肝脏分割结果

由图 1 可知,肝左内叶与腹膜相邻接的弱边缘处和肝左外叶区域的分割结果也很准确.这是由于改进的水平集演化函数利用了包含图像梯度信息和待分割目标统计信息的外部能量项,使得曲线在弱边缘处具有较好的收敛,而且解决了单纯基于梯度信息的水平集方法在细长拓扑区域容易收敛于局部极小值的问题。

当选取(123,127)为圆心、最大迭代次数为 900 次、15 为半径的圆形曲线为初始零水平集函数进行演化时,出现了不能准确分割肝脏的问题,这是由于水平集方法对初始边界敏感,如图 2 所示。

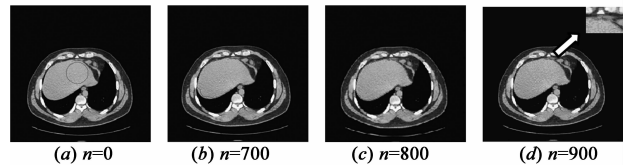


图2 改进的变分水平集方法对初始轮廓敏感结果

从图 2 可以看出:在进行第 700 次迭代时,肝右叶(图像中肝脏区域的左侧)区域出现欠分割现象;在进行第 800 次迭代时,肝右叶区域仍然出现欠分割,而且肝左内叶与腹膜相连接的区域出现过分割现象;在进行第 900 次迭代时,肝右叶部分分割较好,但是在肝左内叶与腹膜相连接的区域出现了过分割现象。

4.3 基于变分水平集和区域生长的分割实验

由于肝脏是腹部最大的脏器,在灰度直方图中对应明显的波峰.而肝脏在腹部 CT 图像的位置相对稳定,如图 3(a).因此,本文利用灰度直方图中肝脏对应

的波峰中位于腹部 CT 图像中 $\left\{ (x, y) \mid \frac{X}{4} < x < \frac{3X}{8}, \frac{Y}{2} < y < \frac{5Y}{8} \right\}$ 的矩形区域内某一点作为种子点, 其中 X 为图像的宽, Y 为图像的高, 如图 3(b) 中红色矩形区域. 根据经验, 区域生长的阈值 $T \in \left[\frac{1}{4} \sigma_0, \frac{1}{2} \sigma_0 \right]$.

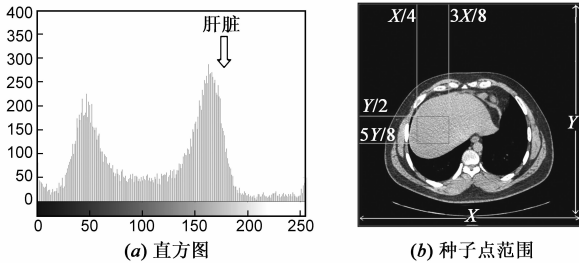


图3 种子点选取示意图

在腹部 CT 图像中肝脏通常与其它腹部脏器相连接, 为了保持分割像素的灰度值与种子点在同一分割阈值区间内, 防止区域生长过度, 本文利用目标区域的统计信息对生长进行约束, 所选取的分割阈值区间为 $[\mu_0 - \sigma_0, \mu_0 + \sigma_0]$.

基于改进的变分水平集和区域生长法结合的肝脏分割实验步骤如下:

①根据腹部 CT 图像的灰度直方图和肝脏在腹部 CT 图像中位置的先验知识选取种子点, 确定水平集演化最大迭代次数 $n = 50$;

②根据种子点进行区域生长, 并利用半径为 5 的圆形结构元素对粗分割结果作形态学开操作, 填充小的空穴, 得到粗分割结果 I_0 , 根据式 (12) 初始化水平集函数, 设 $\beta = 2$;

③利用肝脏区域的灰度统计信息 μ_0, σ_0 , 根据式 (5) 计算统计信息驱动项;

④根据式 (9) 计算改进的水平集演化函数, 并根据式 (11) 进行水平集迭代. 其中, 式 (9) 参数 $\epsilon = 1.5, \mu = 2, \nu = 3, \lambda = 2$, 式 (11) 中时间步长为 0.1.

基于改进的变分水平集和区域生长法结合的肝脏分割实验结果如图 4 所示.

从图 4 可以看出: 本文方法在肝左外叶区域、肝左内叶与腹膜相邻接区域、肝内侧肝门区域等分割难点均取得了良好的分割结果. 这是由于利用区域生长法进行粗分割, 不仅解决了传统水平集方法对初始边界敏感的问题, 同时大幅度地减少了水平集迭代次数. 通过在改进的水平集演化函数中引入包含图像梯度信息和肝脏区域灰度统计信息的外部能量项, 能够使曲线在弱边缘和较深的凹陷处均能很好地确定肝脏边缘.

图 5 是利用 CUDA 和光线投射法对已分割肝脏的三维可视化结果.

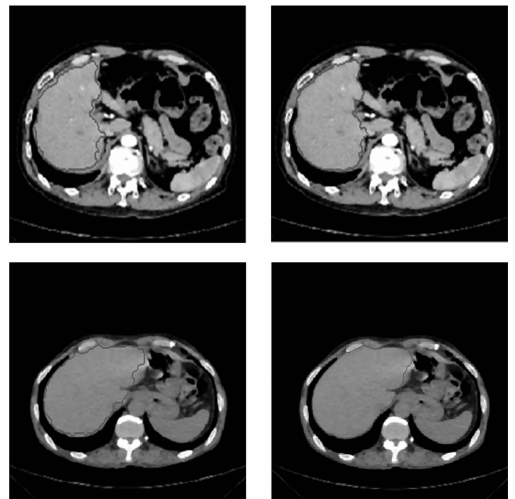


图4 改进的水平集和区域生长法结合的肝脏分割结果



图5 肝脏三维重建的结果

4.4 结果分析与评价

为了进一步验证方法的有效性, 需要对分割结果进行客观评价. 本文利用错误分割率 (Probability of Error, PE)^[15] 对分割结果的准确性进行定量评价.

错误分割率的计算公式如下:

$$PE = \frac{N(B|O) + N(O|B)}{N(O)} \quad (13)$$

其中, O 表示所要分割的目标区域, B 表示图像的背景区域, $N(B|O)$ 表示目标像素被错误地分割为背景的个数, $N(O|B)$ 表示背景像素被错误分割为目标的个数, $N(O)$ 表示目标区域所包含像素个数. 从式 (13) 可以看出, 错误分割率越低说明分割的越准确.

实验数据是 15 个腹部 CT 图像, 图 6 显示了本文方法与传统区域生长方法、阈值方法、GAC 模型、C-V 模型、Snake 模型等其它分割方法分割结果的比较.

从图 6 可以看出: (1) 区域生长法不能很好地定位目标边界, 在肝左外叶和肝内侧肝门处出现了过分割; (2) 阈值法受阈值影响, 在肝左外叶出现欠分割, 而在肝内侧肝门处出现过分割; (3) GAC 模型分割方法在肝右后叶和肝内侧肝门处出现了过分割. 这是由于在腹部 CT 图像中存在肝脏、胃等多个脏器, 且它们的灰度

统计信息相近,在弱边缘处容易产生过分割现象;(4)C-V 模型只考虑图像的全局区域灰度统计信息进行图像分割,在肝左叶、肝右叶和肝内侧肝门处均出现过分割.这是由于肝脏在腹部 CT 图像中与多个脏器相邻接且它们的灰度统计信息相近;(5)Snake 模型利用图像的梯度信息构造图像力场推动曲线演化.在肝左外叶、肝右叶和肝内侧肝门外出现过分割.这是由于该模型在边缘模糊处容易出现泄漏,而且由于模型本身的缺陷不能正确分割具有细长凹凸拓扑结构的目标;(6)本文方法在肝左外叶、肝左内叶、肝内侧肝门等肝脏与其它脏器相邻接的分割难点区域均取得了良好的分割结果.这是由于该方法综合考虑了图像的梯度信息和目标的统计特征,利用区域生长法解决了水平集方法分割速度慢和对初始边界敏感的问题,得到了准确、高效的结果,在分割准确性和分割效率方面均优于其他分割方法.

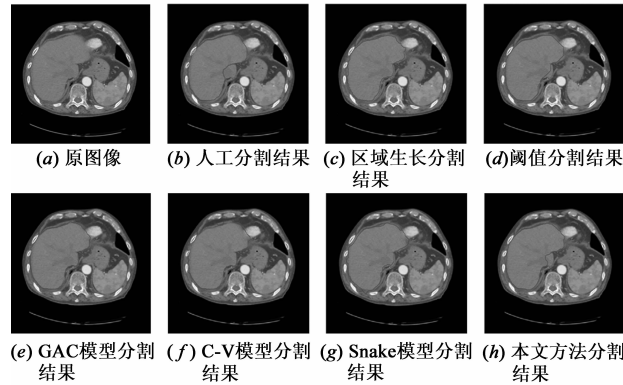


图6 本文方法与其它方法分割结果对比

利用区域生长、阈值方法、GAC 模型、C-V 模型、Snake 模型与本文方法进行肝脏分割实验比较,平均错误率的比较如图 7 所示.从图 7 可以看出:本文方法的分割错误率明显小于上述分割方法,具有更强的健壮性.

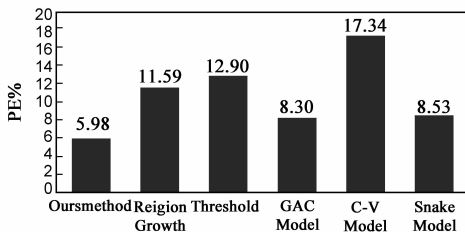
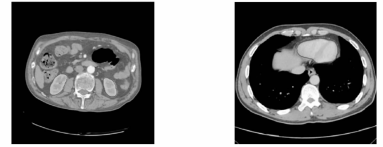


图7 本文方法和其它方法分割平均错误分割率比较

基于本文方法进行其它脏器分割,分割结果如图 8 所示.

本文方法也存在一定的局限性.例如,当目标区域和相邻区域的灰度近似时,如图 9 中肝脏与邻接下腔静脉的灰度信息相似时,统计信息项和梯度信息项不能反映其复杂细微的变化,导致过分割.但是,其它分割

方法在该区域也同样出现了过分割.



(a) 肾脏的分割结果 (b) 心脏的分割结果
图8 基于本文方法分割其它脏器的结果

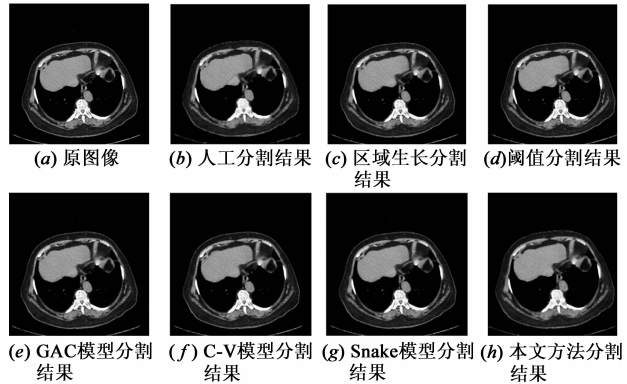


图9 分割失败的例子

5 结论

本文提出了基于统计信息改进的变分水平集分割方法并应用于腹部 CT 图像的肝脏分割中,获得了很好的分割结果.将该方法与区域生长法相结合可以得到准确、高效的分割结果.通过实验结果对比,本文方法能快速、准确地分割目标区域,主要优点包括:(水平集演化函数中既包含图像梯度信息驱动项,也包含待分割目标区域统计信息驱动项,提高了分割精度和速度;(区域生长粗分割与水平集细分相结合,既可得到准确的分割结果,解决了区域生长法对阈值敏感、水平集方法分割速度慢、对初始边界敏感等问题;(本文方法不仅适用肝脏分割,还适用其他脏器的分割,具有较好的普适性.

但是,本文方法也有一定的局限性,对肝脏与其它具有相似灰度统计信息的相邻接脏器重叠处,统计信息项和梯度信息项不能反映其复杂细微的变化,导致分割结果不理想.如何有效地分割这些区域,是今后的研究课题.

参考文献

[1] 林瑶,田捷.医学图像分割方法综述[J].模式识别与人工智能,2002,15(2):192-204.
Lin Y, Tian J. A survey on medical image segmentation methods [J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2002, 15(2):192-204. (in Chinese)

[2] Osher S, Sethian J A. Fronts propagating with curvature dependent speed; algorithms based on Hamilton Jacobi formulation

- [J]. *Journal of Computational Physics*, 1988, 79(1): 12 – 49.
- [3] Osher S, Shu C W. High-order essentially nonoscillatory schemes for Hamilton-Jacobi equation [J]. *SIAM Journal of Numerical Analysis*, 1991, 28(4): 907 – 922.
- [4] Osher S, Fedkiw R. *Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces* [M]. New York: Springer-Verlag, 2002.
- [5] Ciga Y. *Surface Evolution Equation—a Level Set Method* [M]. Lipschitz Lecture Notes 44, University of Monn, 2002: 56 – 85.
- [6] Cheng K, Gu L X, Wu J H, et al. A novel level set based shape prior method for liver segmentation from MRI images [J]. *Medical Imaging and Augmented Reality*, 2008, 5128 (2008): 150 – 159.
- [7] Heimann T, Wolf I, Meinzer H P. Active shape models for a fully automated 3D segmentation of the liver—an evaluation on clinical data [A]. *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention-MICCAI* [C]. Germany, Springer, 2006. 4191(2006932793): 41 – 48.
- [8] 姜慧研, 崔晓亮, 周晓杰, 等. 基于改进的双快速行进法的图像分割方法 [J]. *系统仿真学报*, 2008, 20(3): 803 – 806. Jiang H Y, Cui X L, Zhou X J, et al. Image segmentation based on improved dual fast marching method [J]. *Journal of System Simulation*, 2008, 20(3): 803 – 806 (in Chinese).
- [9] 何宁, 张朋. 基于边缘和区域信息相结合的变分水平集图像分割方法 [J]. *电子学报*, 2009, 37(10): 2215 – 2219. He N, Zhang P. Variational level set image segmentation method based on boundary and region information [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(10): 2215 – 2219 (in Chinese).
- [10] 陈志彬, 邱天爽, Su Ruan. 一种基于 FCM 和 Level Set 的 MRI 医学图像分割方法 [J]. *电子学报*, 2008, 36(9): 1734 – 1736. Chen Z B, Qiu T S, Su R. FCM and level set based segmentation method for brain MR images [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2008, 36(9): 1734 – 1736. (in Chinese)
- [11] Zhao H K, Chan T, Merriman B et al. A variational level-set approach to multiphase motion [J]. *Journal of Computational Physics*, 1996, 127(1): 179 – 195.
- [12] Caselles V, Kimmel R, Sapiro G. Geodesic active contours [J]. *International Journal of Computer Vision*, 1997, 22(1): 61 – 79.
- [13] Li C, Xu C, Gui C et al. Level set evolution without re-initialization: A new variational formulation [A]. *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)* [C]. 2005, 1: 430 – 436.
- [14] 王大凯, 侯榆青, 彭进业. 图像处理的偏微分方程方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2008. Wang D K, Hou Y Q, Peng J Y. *Image Process Based on Partial Differential Equation Method* [M]. Beijing: Science Press, 2008. (in Chinese)
- [15] Lee S U, Chung Y, Park R H. A comparative performance study of several global thresholding techniques for segmentation [A]. *IPPR Conference on Computer Vision, Graphics and Image Processing* [C]. San Diego, Academic Press, 1990, 52 (2): 171 – 190.

作者简介



姜慧研 女, 东北大学教授, 主要从事 CAD、图像处理与分析、模式识别、优化控制等方面研究.

E-mail: hyjiang@mail.neu.edu.cn



冯锐杰 男, 1985 年 7 月出生于广东清远. 东北大学研究生, 主要从事图像处理与分析方面的研究.